

## Versuch: Elektronenstrahloszilloskop (4.6.2002)

### Inhalt:

1. Einführung zum Versuch Seite 1
2. Messungen und Bearbeitung der Aufgaben Seite 1
3. Beantwortung der Fragen Seite 11

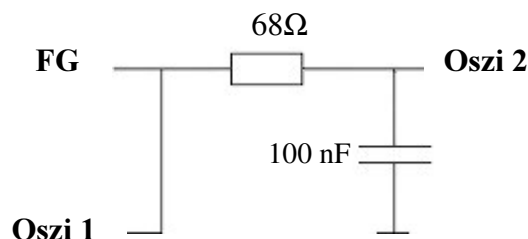
### 1. Einführung zum Versuch

Bei diesem Versuch geht es in erster Linie darum, den Umgang mit einem (analogen) Oszilloskop zu erlernen, indem das Verhalten verschiedener Testobjekte (Schwingkreise, Hoch- und Tiefpässe, ...) damit untersucht wird. Dabei werden die grundlegenden Phänomene, die bei solchen Schaltungen auftreten, verdeutlicht (z.B. Resonanz oder Phasenverschiebungen) und gleichzeitig die Messmethoden mit dem Oszilloskop (etwa mit und ohne Tastkopf) sowie evtl. auftretende Schwierigkeiten (Beeinflussung des Messobjekts durch das Oszilloskop, ...) aufgezeigt.

### 2. Messungen und Bearbeitung der Aufgaben

#### 2.1 Tiefpass

Als erstes stand die Untersuchung eines Tiefpasses oder Hochpasses auf dem Plan. Wir haben uns für ersteren entschieden. Zunächst soll hier noch einmal ein Schaltbild einer solchen Schaltung angeführt werden:



Hierbei sind FG, Oszi1 und Oszi2 jeweils die Phasenanschlüsse des Funktionsgenerators bzw. des Zweikanaloszilloskops, die Massen der BNC-Stecker sind im Tiefpassgehäuse sämtlich mit dem im Schaltbild unten gelegenen Pol des Kondensators verbunden.

Es sollte nun beobachtet werden, wie sich das Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangsspannung bei verschiedenen Speisefrequenzen (Sinusspannung) ändert. Hierzu zunächst etwas Theorie:

Der Tiefpass ist für eingespeiste sinusförmige Wechselspannungen im Prinzip ein Spannungsteiler bestehend aus einem (rein reellen) ohmschen Widerstand und einem (rein komplexen) kapazitiven Widerstand. Die Ausgangsspannung wird dabei an den Polen des Kondensators abgegriffen. Für das Verhältnis der Spannungen gilt:

$$\frac{U_{A,TP}}{U_E} = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C} = \frac{X_C}{R + X_C} = \frac{1}{1 + \frac{R}{X_C}} = \frac{1}{1 + R \cdot j\omega C}$$

Der Betrag dieses Verhältnisses errechnet sich zu:

$$\left| \frac{1 - jR\omega C}{1 + (R\omega C)^2} \right| = \sqrt{\left( \frac{1}{1 + (R\omega C)^2} \right)^2 + \left( \frac{R\omega C}{1 + (R\omega C)^2} \right)^2} = \sqrt{\frac{1 + (R\omega C)^2}{(1 + (R\omega C)^2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (R \cdot 2\pi f \cdot C)^2}}$$

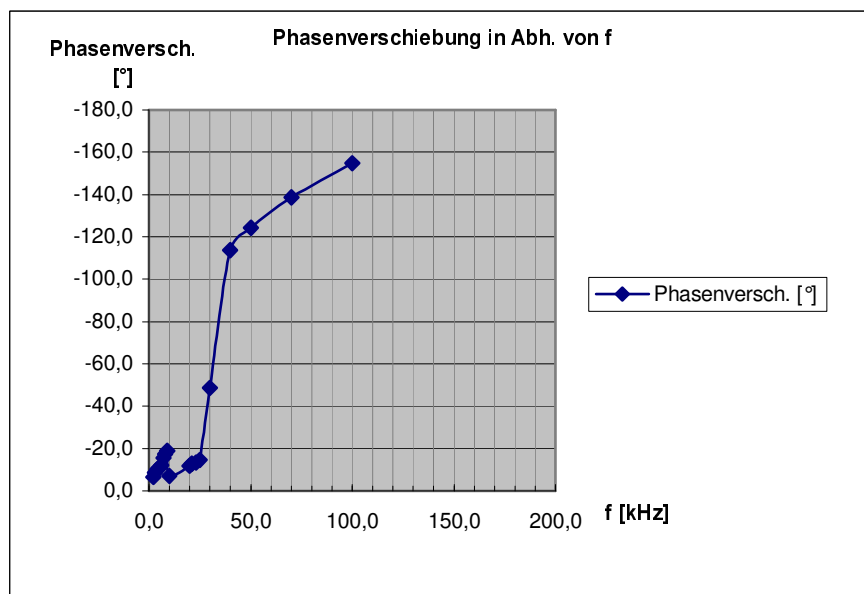
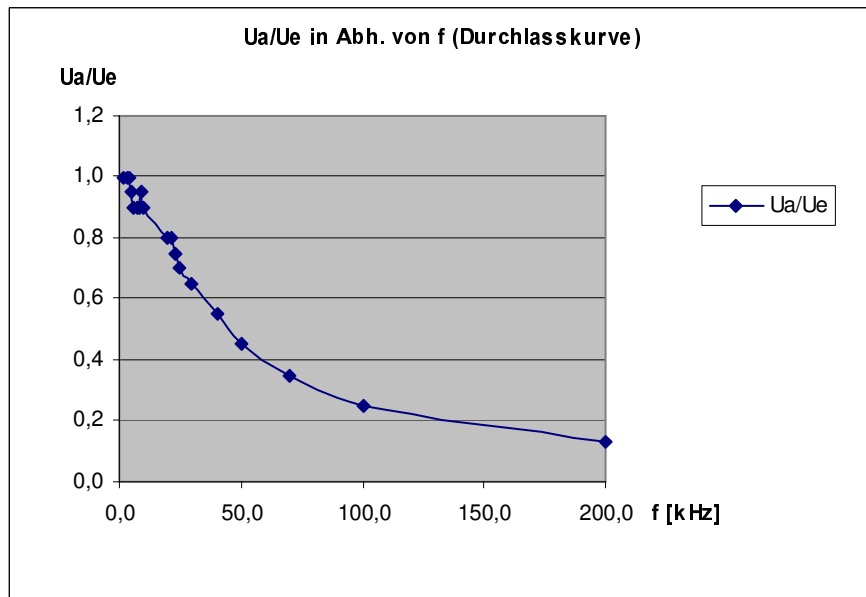
Diesen Ausdruck, der eine Zuordnung von Frequenz zu Spannungsverhältnis von Aus- und Eingangsspannung darstellt, nennt man „Übertragungsfunktion“. Aber nicht diese „Durchlasskurve“ allein beschreibt die Funktion des Tiefpasses, sondern es ist außerdem interessant, die Phasenverschiebung zwischen Ein- und Ausgangsspannung zu betrachten. Sie ist (man stelle sich z.B. im Zeigerdiagramm vor, dass der Eingangsspannungszeiger gerade auf 0 steht) gegeben durch

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\text{Im}(U_A)}{\text{Re}(U_A)}\right) = \arctan\left(\frac{U_E \cdot \frac{-R\omega C}{1 + (R\omega C)^2}}{U_E \cdot \frac{1}{1 + (R\omega C)^2}}\right) = \arctan(-R\omega C).$$

Die beiden vorgestellten Funktionen wollen wir nun in einem Tabellenkalkulationsprogramm mit Tabelle und Diagramm untersuchen.

<b>f [kHz]</b>	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	20,0
<b>U<sub>E,SpSp</sub> [V]</b>	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0
<b>U<sub>A,SpSp</sub> [V]</b>	2,0	2,0	2,0	1,9	1,8	1,8	1,8	1,9	1,8	1,6
<b>U<sub>A</sub>/U<sub>E</sub></b>	1,0	1,0	1,0	1,0	0,9	0,9	0,9	1,0	0,9	0,8
<b>zeitl. Phasenversch. [µs]</b>	-9,0	-8,0	-7,0	-6,0	-5,6	-6,2	-6,0	-5,8	-1,9	-1,6
<b>Phasenversch. [°]</b>	-6,5	-8,6	-10,1	-10,8	-12,1	-15,6	-17,3	-18,8	-7,0	-11,8
<b>f [kHz]</b>	21,0	23,0	25,0	30,0	40,0	50,0	70,0	100,0	200,0	
<b>U<sub>E,SpSp</sub> [V]</b>	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	
<b>U<sub>A,SpSp</sub> [V]</b>	1,6	1,5	1,4	1,3	1,1	0,9	0,7	0,5	0,26	
<b>U<sub>A</sub>/U<sub>E</sub></b>	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,1	
<b>zeitl. Phasenversch. [µs]</b>	-1,7	-1,6	-1,6	-4,5	-7,9	-6,9	-5,5	-4,3	-5,6	
<b>Phasenversch. [°]</b>	-12,9	-13,2	-14,7	-48,6	-113,8	-124,2	-138,6	-154,8	-403,2	

Es ist zu beachten, dass der letzte Wert für die Phasenverschiebung mit hoher Sicherheit aus einem groben Messfehler resultiert; er wurde in die Diagramme nicht aufgenommen.



Im Diagramm der Durchlasskurve lässt sich erkennen, dass im betrachteten Frequenzbereich die Ausgangsspannung bei fester Eingangsspannung mit steigender Frequenz immer weiter abfällt. Hohe Frequenzen werden also vom Tiefpass blockiert. Der genaue Zusammenhang wurde bereits mit der oben aufgestellten Durchlasskurvengleichung gegeben; man erkennt diesen auch schon nach kurzem Betrachten im Diagramm wieder.

Die Phasenverschiebungskurve sieht leider vor allem bei kleineren Frequenzen sehr schwankend und damit nicht gerade wie ein idealer (evtl. gestreckter) Arcustangens aus. Der Einbruch bei 10 kHz ist durch das oben gegebene idealisierte Bild vom Versuchsaufbau ohne Betrachtung offensichtlich vorhandener Störeffekte nicht zu erklären. Aus dem Diagramm kann man bei starker Vergrößerung des Diagramms im Tabellenkalkulationsprogramm eine Grenzfrequenz von 29-30

kHz relativ genau ablesen; dies ist damit dem zuvor errechneten Wert ist mit

$$f_{g, \text{rechnerisch}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot RC} \approx 23,4 \text{ kHz} \text{ zumindest halbwegs nahe.}$$

Nun sollte als nächstes die **integrierende Wirkung** eines Tiefpasses zumindest qualitativ beobachtet werden. Hierbei ist zu beachten, dass diese nur für eingespeiste Frequenzen  $f > f_G$  beobachtet werden kann, da nur hier bei Anlegen einer Rechteckspannung an den Pass die Spannung am Ausgang näherungsweise linear ansteigt (während der Rechteckgenerator positive Spannung ausgibt) bzw. näherungsweise linear abfällt (während der Rechteckgenerator-Ausgang in die negative Signalflanke übergeht). Bei niedrigeren Frequenzen wird der Kondensator zu lange geladen bzw. entladen und lädt bzw. entlädt sich am Schluss des Lade-/Entladevorganges zu langsam, um eine unverzerrt integrierende Wirkung zu erreichen (e-Funktionen mit negativem Exponenten, asymptotische Annäherung an die t-Achse mit wachsender Zeit, hierbei äußerst geringe Steigung).

Wir haben, um die Dokumentation zu unterstützen, ein paar Photos von Oszilloskopbildern der Ausgangsspannung für verschiedene Frequenzen geschossen, der Funktionsgenerator war dabei auf Rechtecksignal; das Oszilloskop haben wir so eingestellt, dass die Eingangsspannung als das größere der beiden Signale zu sehen war:

Foto1:  $3 \text{ kHz} = f < f_G$ : Keine Integrierende Wirkung zu sehen; Ausgangssignal und Eingangssignal identisch in der Form.

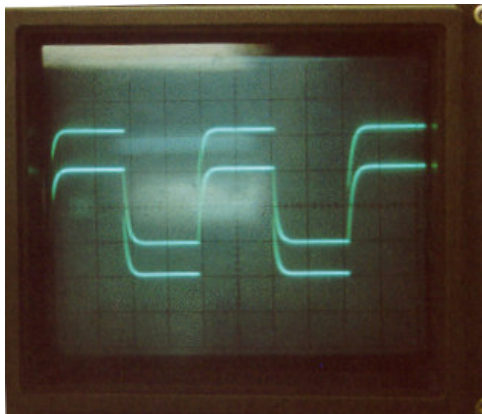


Foto2:  $10 \text{ kHz} = f < f_G$ : Noch folgt die Ausgangsspannung der Eingangsspannung recht akkurat (Eingangsspannung leider nicht mehr sehr rechteckförmig; dies lag am Funktionsgenerator).

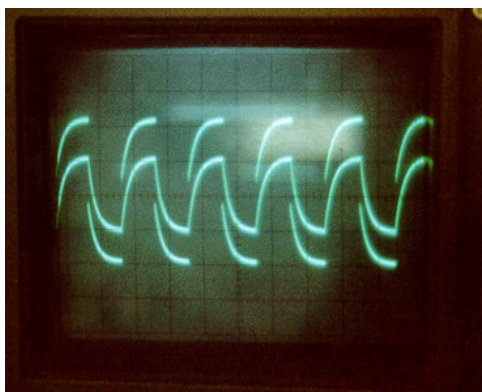


Foto3:  $23\text{kHz} = f \approx f_G$ : Hier fällt die Spannung am Ausgang schon relativ deutlich langsamer ab als die Eingangsspannung, wenn der Rechteckgenerator die andere Flanke beginnt.

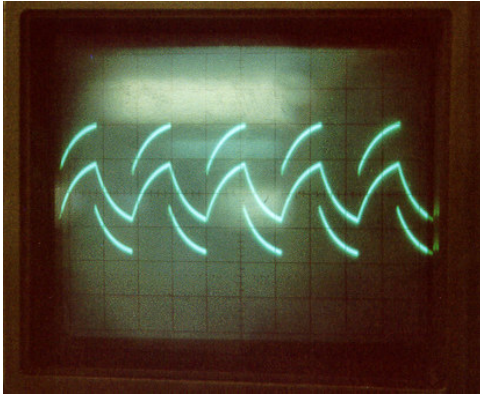
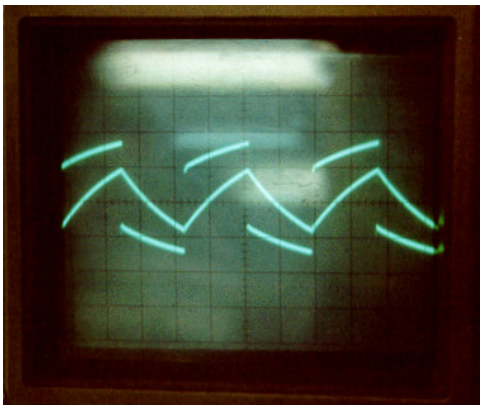


Foto4:  $50\text{kHz} = f > f_G$ : Hier integriert der Tiefpass das näherungsweise rechteckige Signal bereits in recht guter Näherung zu einem Dreiecksignal. (Wir haben danach noch einmal bei 150kHz gemessen, dort ist es dann noch eine Nuance besser.)



## 2.2 Tastkopf

Hier sollte untersucht werden, wie über den Tastkopf kommende Rechtecksignale vom Oszilloskop registriert werden, wenn dieser nicht abgeglichen bzw. abgeglichen ist. Was heißt das zunächst? Wie in der Anleitung beschrieben wird, bildet die Eingangskapazität des Oszilloskops mit dem Widerstand des Tastkopfes einen Tiefpass. Um die für den Tiefpass typischen Signalverläufe („Verschleifen“ des Signals) zu umgehen, enthält der Tastkopf außerdem einen verstellbaren Kondensator, der mit dem Eingangswiderstand des Oszilloskops einen Hochpass bildet.

Der Abgleich des Tastkopfes erfolgt nun so, dass sich die Einflüsse des Hoch- und Tiefpasses auf das dargestellte Signal gerade kompensieren, d.h. der Spannungsverlauf entspricht bei korrektem Abgleich dem realen (unbeeinflussten). Ist der Abgleich unvollständig, so überwiegt der Einfluss einer der beiden Pässe. Entsprechend erhält man bei der Messung eines Rechtecksignals bei überwiegendem Hochpass den typischen Überschwingungseffekt bzw. bei überwiegendem Tiefpass ein verschliffenes Signal.

Foto1: Rechtecksignal. über nicht abgeglichenen Tastkopf: Hier verursacht der gerade offensichtlich überwiegende Hochpass ein Überschwingen (wie in Bild 16, Anleitung).

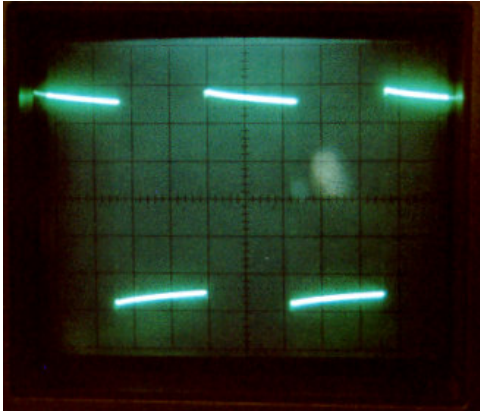
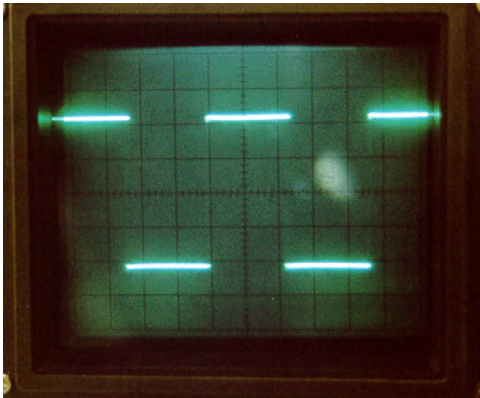
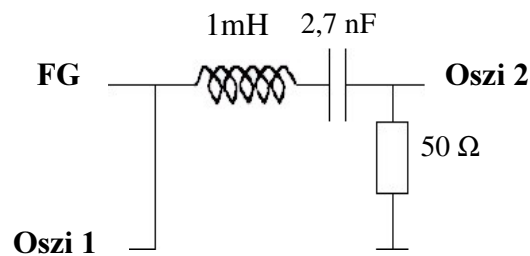


Foto2: Rechtecksignal über abgeglichenen Tastkopf: Hier sieht man ein sauberes Rechtecksignal.



### 2.3 Schwingkreis



Bei dieser Messung wurde das Verhalten eines **Serienschwingkreises** untersucht (siehe Abb.) Aufgrund der aufgedruckten Werte für Kapazität und Induktivität erwartet man gemäß der in der Anleitung gegebenen Beziehung eine Resonanzfrequenz von

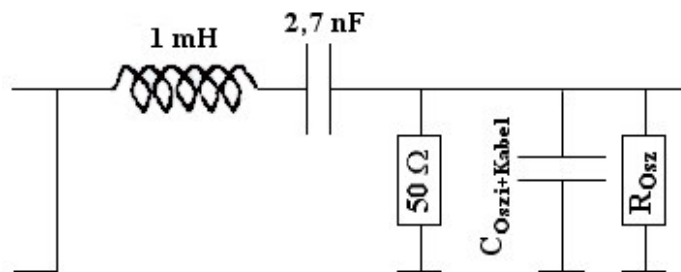
$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \approx 96,9\text{kHz} .$$

Der Ausgang des Testobjekts wurde nun zunächst über ein normales BNC-Kabel mit dem Oszilloskop (Kanal 2) verbunden und die Frequenz des Funktionsgenerators (Sinusspannung, auch an

Kanal 1 des Oszi) durchgeföhren. Dabei beobachtet man ein Maximum der Ausgangsspannung (und damit ein Maximum des durch den Serienschwingkreis fließenden Stroms) bei einer Frequenz von etwa **98,0kHz**. Aufgrund der Ableseungenauigkeit der Frequenz am Oszilloskop (ca. ein Teilstrich, also 0,2 Längeneinheiten, bei einer Zeitaufösung von 1µs/div) und der Tatsache, dass man nicht ganz exakt sagen kann, wann die Amplitude genau maximal ist, ist diese Aussage mit einem geschätzten Fehler von **±2kHz** behaftet.

Als nächstes wurde das BNC-Kabel durch den (zuvor abgeglichenen) Tastkopf ersetzt und erneut die Resonanzfrequenz bestimmt. Diesmal erhält man etwa **96,2kHz**, also einen niedrigeren Wert. Wiederum ist die Unsicherheit dieser Messung ca. **±2kHz**.

Den Unterschied zur ersten Messung kann man erklären, wenn man berücksichtigt, dass neben dem eigentlichen Kondensator im Schwingkreis auch noch weitere Kapazitäten (die des Kabels bzw. des Tastkopfes und die Eingangskapazität des Oszilloskops) eine Rolle spielen, sobald das



Oszilloskop an den Kreis angeschlossen wird. Entsprechend ändert sich dabei die Resonanzfrequenz.

Obige Abbildung zeigt die Situation bei der Messung mit dem normalen BNC-Kabel (ohne Tastkopf). Die Kapazitäten von Kabel und Oszi liegen parallel zueinander und wurden daher hier symbolisch als ein Kondensator dargestellt. Ferner wurde der Eingangswiderstand des Oszilloskops  $R_{Oszi}=1M\Omega$  hinzugefügt.

Wir wollen nun versuchen, aus der gemessenen Resonanzfrequenz und diesem Schaltbild die Kapazität des Kabels zu errechnen. Dazu bestimmen wir  $C_{Oszi+Kabel}$  (im folgenden kurz  $C_{ok}$ ) und subtrahieren am Schluss davon die bekannte Eingangskapazität des Oszilloskops.

Grundidee ist die folgende: Als erstes suchen wir den gesamten komplexen Widerstand der Schaltung. In Resonanz ist dessen Betrag bekanntlich minimal. Wir leiten also den Widerstandsbetrag nach der Frequenz ab und setzen diese Ableitung gleich Null. Daraus erhalten wir die Resonanzfrequenz in Abhängigkeit von  $C_{ok}$ . Da wir aber die reale Resonanzfrequenz bereits kennen (siehe obige Messung), können wir daraus  $C_{ok}$  berechnen.

Es sei gleich vorweggenommen, dass dieser Weg uns nicht zu einer sinnvollen Lösung der gesuchten Kapazität geführt hat. Nachdem wir aber weder einen Fehler in unserer Überlegung noch einen besseren Weg finden konnten, haben wir uns entschlossen, die Rechnung dennoch hier anzugeben, um Fehler im Nachhinein aufdecken zu können.

Zunächst also zur Berechnung des Gesamtwiderstandes der obigen Anordnung:

Der Einfachheit halber ersetzen wir den  $50\Omega$  Widerstand und den dazu parallelen  $R_{Oszi}$  durch einen Ersatzwiderstand  $R$ . Wegen  $R_{Oszi}=1M\Omega \gg 50\Omega$  können wir im folgenden ohne weiteres mit  $R=50\Omega$  rechnen. Damit erhält man für den komplexen Ersatzwiderstand:

$$Z = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + \left( \frac{1}{R} + j\omega C_{ok} \right)^{-1} = j\omega L - \frac{j}{\omega C} + \frac{R(1 - j\omega R C_{ok})}{1 + \omega^2 R^2 C_{ok}^2} =$$

$$= \frac{R}{1 + \omega^2 R^2 C_{ok}^2} + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} - \frac{\omega R^2 C_{ok}}{1 + \omega^2 R^2 C_{ok}^2} \right)$$

wobei  $L=1\text{mH}$  und  $C=2,7\text{nF}$  ist. Von diesem komplexen Widerstand muss nun der Betrag gebildet und dieser dann nach  $\omega$  abgeleitet werden. Nachdem der Term aber bereits relativ ungemütliche Ausmaße angenommen hat, haben wir uns entschlossen, die Rechenarbeit von einem Computeralgebrasystem durchführen zu lassen. Das entsprechende Worksheet einschl. der Beschreibungen der weiteren Vorgehensweise findet sich im Anhang.

Man erkennt daraus schließlich, dass sich am Ende keine reellen Werte für  $C_{ok}$  ergeben. Daher konnten wir die Kapazität des Kabels leider nicht abschätzen.

Schließlich sollte mit dem Tastkopf (Abschwächung: x1) noch die **Durchlasskurve** in einem Bereich von etwa  $\pm 20\%$  um die Resonanzfrequenz aufgezeichnet werden.

Zu diesem Zweck misst man bei konstanter Eingangsspannung die Ausgangsspannung für verschiedene Frequenzen (die wie üblich über die am Oszi ablesbare Periodendauer möglichst exakt eingestellt wurden).

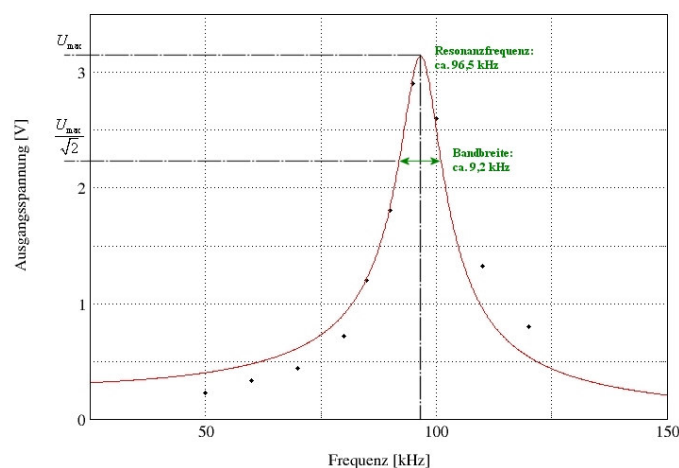
Sicherheitshalber haben wir zunächst überprüft, ob bei fester Einstellung des Funktionsgenerators die Eingangsspannung über den gesamten Frequenzbereich wirklich konstant bleibt. Dabei stellte sich heraus, dass dies zwischen etwa 70 kHz und 140 kHz nicht der Fall ist, da dort die Leistungsaufnahme des Schwingkreises hoch ist und die Ausgangsspannung des Funktionsgenerators bis auf etwa die Hälfte des ursprünglichen Wertes zusammenbricht. In der folgenden Messreihe wurde deshalb die Eingangsspannung bei jeder Messung innerhalb dieses Bereiches auf  $U_{e,ss}=4\text{V}$  nachgeregelt.

Wir erhielten auf diese Weise folgende Messreihe:

F [kHz]	50	60	70	80	85	90	95	100	110	120
U <sub>a,ss</sub> [V]	0,23	0,33	0,44	0,72	1,20	1,8	2,9	2,6	1,3	0,80

Damit lässt sich die Durchlasskurve graphisch darstellen:

Durchlasskurve des Serienschwingkreises





Zunächst noch ein paar Worte zur Entstehung dieses Diagramms: An die Messpunkte wurde mithilfe der Software „xmGrace“ eine Kurve der Form

$$U(f) = \frac{A}{\sqrt{(f_0^2 - f^2)^2 + (2Bf)^2}}$$

angepasst („non-linear curve fitting“). Hierbei handelt es sich um die allgemeine Beziehung für die Abhängigkeit der Amplitude (hier der Spannung  $U$ ) eines sinusförmig angeregten, gedämpften harmonischen Oszillators von der Anregungsfrequenz  $f$  (vgl. z.B. Demtröder, Experimentalphysik 1, S.346). Dabei sind  $f_0$  die Eigenfrequenz des Systems, sowie  $A$  und  $B$  Parameter, die die Amplitude der Anregung ( $A$ ) bzw. die Dämpfung des Systems ( $B$ ) berücksichtigen.

Im vorliegenden Fall ist die Eigenfrequenz bekannt und wurde der Software fest vorgegeben ( $f_0=96,9\text{kHz}$ , siehe oben),  $A$  und  $B$  wurden als variable fit-Parameter verwendet. Die dargestellte Kurve folgt den Werten (ohne Einheiten)  $A\approx 2789$ ,  $B\approx 4,60$ .

Aus dem Diagramm lässt sich nun nochmals die Resonanzfrequenz ablesen. Es ergibt sich  $f_{res} \approx 96,5\text{kHz}$ , was mit dem erwarteten, oben berechneten Wert gut übereinstimmt. Weiterhin kann man die Bandbreite ablesen, d.h. die Breite des Frequenzbereiches, innerhalb dessen die Ausgangsspannung nicht unter den  $\sqrt{2}$ -ten Teil des Maximalwertes absinkt. Es ergibt sich  $BB \approx 9,2\text{kHz}$ .

Es sei darauf hingewiesen, dass die Resonanzkurve im Gegensatz zu den (idealisierten) Abbildungen der Praktikumsanleitung nicht exakt symmetrisch ist. Daher erscheint uns die Darstellung  $BB = 2 \cdot \Delta f_b$  in diesem Fall als nicht angemessen.

Schließlich errechnet sich aus obigem die Güte über  $Q = \frac{f_{res}}{BB} \approx 10,5$ .

Auf eine Berechnung der Fehler dieser grafisch gewonnenen Angaben wollen wir an dieser Stelle verzichten. Zwar wäre es kein Problem, die Ablesefehler aus dem Diagramm zu beziffern, doch die Hauptunsicherheit liegt in der eigentlichen Kurve. Da der von xmGrace verwendete Algorithmus zur Bestimmung des „best fits“ relativ komplex ist, können wir die Unsicherheit der Kurve kaum beziffern. Trotzdem sollten die obigen Werte als (für diese Messungen ausreichende) Abschätzungen der jeweiligen Größen verwendbar sein.

## 2.4 Netzwechselfspannung

Bei diesem Versuch wird mit dem (zuvor abgeglichenen) Tastkopf die Wechselfspannung des normalen Stromnetzes vermessen. Zu diesem Zweck steht eine FI-Steckdose zur Verfügung, an der man zunächst die Phase und den Nullleiter identifizieren muss. Dazu wird das Oszilloskop auf den größten Messbereich (5V pro Rasterlängeneinheit) und der Tastkopf auf 10-fache Abschwächung gestellt und anschließend der Tastkopf nacheinander in die beiden Buchsen der Dose gesteckt. Hat man die spannungsführende Phase gefunden, kann die Messung beginnen.

Die Frequenz der (in guter Näherung sinusförmigen) Wechselfspannung bestimmt man wieder über die am Oszi ablesbare Periodendauer. Im Messbereich 5ms/div (hier liegt leider offensichtlich ein Protokollfehler in unserem Heft vor, denn der dort angegebene Bereich von 10ms/div liefert ein sinnloses Ergebnis) betrug diese etwa  $4,0\pm 0,2$  Längeneinheiten, woraus sich eine Frequenz von  $f=50,0\pm 2,5$  Hz errechnet.

Weiterhin sollte die Amplitude der Wechselfspannung bestimmt werden. Dazu haben wir zunächst die Spitze-Spitze-Spannung gemessen, was in zwei Schritten erfolgen musste, weil auch der größte Messbereich des Oszilloskops nicht zur Darstellung der Gesamtkurve ausreicht. Mit den oben

genannten Bereichseinstellungen erhält man eine Amplitude von  $12,4 \pm 0,4$  Längeneinheiten und daraus die gesuchte Spannung  $U_{ss} = 620 \pm 20V$ .

Da die Netzspannung symmetrisch ist (wovon wir uns am Oszilloskop überzeugt haben), ergibt sich daraus sofort ihre Amplitude  $U_s = \frac{U_{ss}}{2} = 310 \pm 10V$ .

Schließlich berechnen wir noch die Effektivspannung, die bei einer Sinusspannung mit der Amplitude  $U_s$  über  $U_{eff} = \frac{U_s}{\sqrt{2}}$  in Zusammenhang steht. Man erhält damit  $U_{eff} \approx 219 \pm 7V$ . Der offizielle Bereich der Netzspannung von  $230 \pm 10V$  konnte also bei dieser Messung bestätigt werden.

## 2.5 Störungen

Bei diesem abschließenden Versuch sollte registriert werden, wie das Oszilloskop (empfindlichste Stufe) auf elektrische Feldeinstreuungen in den Tastkopf (ohne Kontakt der Tastkopfspitze zu Metallteilen) reagiert bzw. in wie weit diese mittels der gegebenen Versuchsaapparaturen beobachtet werden können. Sehr bemerkenswert war dabei vor allem, was sich ereignete, wenn man mit dem Tastkopf in die Nähe von Netzleitungen fuhr. Daher haben wir auch dies photographisch festgehalten und stellen davor zum Vergleich noch ein Bild, das bei weiter Entfernung des Tastkopfes zu allen Leitungen (soweit möglich) aufgenommen wurde.

Foto1: *Möglichst weit weg von allen Feldern...*

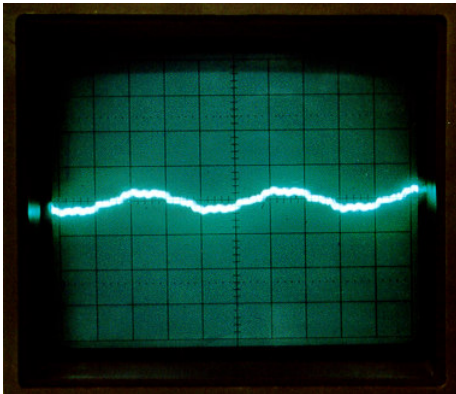
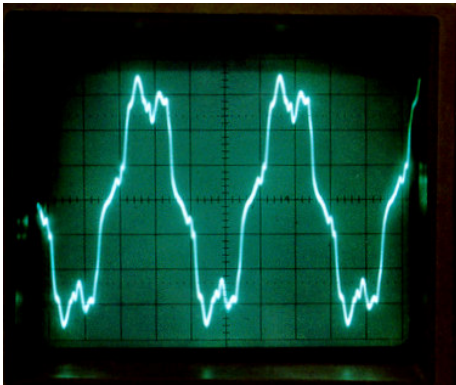


Foto2: *nahe am Netzleitungsstrang (Versuchstischversorgung/Oszilloskopkabel)...* Hier sah man, so wie die Zeitablenkung eingestellt war, genau, dass das Signal mit einer Frequenz von 50Hz periodisch ist.



### 3. Beantwortung der Fragen

#### 3.1 Kapazität im Tastkopf (abgeglicherer Zustand)

In der Schaltung mit Tastkopf bilden die beiden Kondensatoren ( $C_{\text{leitung+oszi,parallel}}$ ,  $C_{TK}$ ) bzw. ihre Blindwiderstände zusammen sowie die beiden Widerstände ( $R_{\text{oszi}}$ ,  $R_{TK}$ ) zusammen jeweils einen Spannungsteiler. Im abgeglichenen Zustand sind die Teilverhältnisse der beiden Teiler gleich, d.h.  $X(C_{\text{leit+oszi}})/X(C_{TK}) = R_{\text{oszi}}/R_{TK}$ , denn genau dann beeinflussen sich der „kapazitive Teiler“ und der „ohmsche Teiler“ nicht, d.h. es fließt kein Strom durch die Mittelüberbrückung (Schaltplan s. S. 18 Anleitung) und somit wird das Messsignal auch nicht verfälscht, sondern mit konstanter Abschwächung je nach Teilverhältnis auf dem Oszilloskopschirm dargestellt. Da aber mit  $X(C) = 1/(j\omega C)$  gilt:  $X(C_{\text{leit+oszi}})/X(C_{TK}) = C_{TK}/C_{\text{leit+oszi}}$ , muss also gelten:

$$C_{TK} = C_{\text{leit+oszi}} \cdot \frac{R_{\text{oszi}}}{R_{TK}}$$

wobei das hintere Widerstandsverhältnis auf Abschwächungsstellung „x10“ gleich 1/9 ist.

#### 3.2 Schwingkreis, Hoch- und Tiefpass

Rein äußerlich unterscheiden sich Hoch- und Tiefpässe sowie Schwingkreise bereits in den Komponenten, aus denen sie aufgebaut sind. Hoch- und Tiefpass bestehen (zumindest in der hier vor-

gestellten und verwendeten Variante) lediglich aus einem Kondensator und einem Widerstand (daher auch die Bezeichnung RC-bzw. CR-Glied), während Schwingkreise noch eine Induktivität (Spule) enthalten. Daher kann nur im Schwingkreis eine elektromagnetische Schwingung auftreten. Hoch- und Tiefpass unterscheiden sich untereinander bloß darin, wo die Ausgangsspannung abgegriffen wird: am Widerstand beim Hochpass und am Kondensator beim Tiefpass.

Entsprechend des unterschiedlichen Aufbaus unterscheidet sich auch das Verhalten der Baugruppen beim Anlegen einer Wechselfspannung. Hoch- und Tiefpass sind frequenzabhängige Spannungsteiler, d.h. ein Hochpass lässt Frequenzen oberhalb seiner Grenzfrequenz (die von  $R$  und  $C$  abhängt) durch und schwächt die niedrigeren Frequenzen. Beim Tiefpass ist die Situation gerade umgekehrt. Hoch- und Tiefpass sperren also immer für einen ganzen Frequenzbereich, man spricht daher auch von Bandsperren.

Ein Schwingkreis hingegen bildet einen Resonator. Die Ausgangsspannung wird (bei gleichbleibender Eingangsspannung variabler Frequenz) in einem Bereich um die Resonanzfrequenz (abhängig von  $C$  und  $L$ ) maximal und nimmt ab, wenn man sich von dieser entfernt. Die Breite des Resonanzbereiches (man spricht hier oft von der Güte des Schwingkreises) kann durch die Dämpfung beeinflusst werden. Der Schwingkreis ist also nur für einen bestimmten Frequenzbereich durchlässig, er bildet sozusagen ein Bandfilter.

Entsprechend dieser Charakteristika haben die genannten Bauteile verschiedene Anwendungen in der Technik. Hoch- und Tiefpässe kommen natürlich immer dort zum Einsatz, wo alle hohen oder alle niederen Frequenzen aus einem Signal abzutrennen sind. Dabei kann es sich zum Beispiel um die Unterdrückung von Störsignalen (etwa des 50Hz-Netzbrummens bei höherfrequenten Signalen) handeln, oder etwa um die Frequenzweichen in einer Lautsprecherbox oder einem Verstärker. Hier teilt man das Audiosignal in höher- und niederfrequente Anteile auf, indem man den jeweils anderen Teil mit einer entsprechenden Bandsperre unterdrückt, so dass man den einzelnen Lautsprechern (Hoch- und Tieftöner) nur den für sie passenden Signalanteil zuführen kann.

Schwingkreise hingegen dienen zum einen zur Erzeugung elektromagnetischer Schwingungen. Somit spielen sie z.B. überall dort eine Rolle, wo Informationen mit Hilfe elektromagnetischer Wellen übertragen werden (ausgenommen natürlich Licht o.ä.). Entsprechende Trägerwellen werden von einem geeignet schwingenden System abgestrahlt. Andererseits nutzt man aber auch die Filterwirkung eines Schwingkreises, wenn man gezielt einen bestimmten Frequenzbereich aus einem Signal ausblenden will. Der Empfang von Radio- oder Funkwellen und die Abstimmbarkeit der Empfänger z.B. basiert letztlich darauf, dass entsprechende Schwingkreise bei dem gewünschten Frequenzbereich in Resonanz geraten und diesen wesentlich stärker hervorheben, als den Rest des empfangenen Signals.

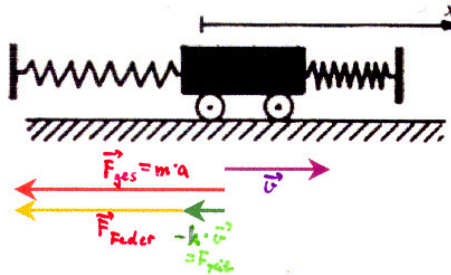
### 3.3 Vergleich eines L-R-C-Schwingkreises mit einem Feder-Masse-System

Für einen L-R-C-Schwingkreis gilt die Differentialgleichung:

$$L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{1}{C}Q = 0$$

Die Vorzeichen für die an den einzelnen Bauteilen liegenden Spannungen lassen sich aus der Maschenregel begründen. Sei zunächst die Kondensatorspannung/-ladung positiv, die Stromrichtung vom positivem Pol des Kondensators zum negativen ebenfalls positiv. Dann muss die Spannung am Widerstand negativ gezählt werden, wenn Strom in positiver Richtung fließt und umgekehrt; dies wird dadurch gewährleistet, dass der Kondensator bei positivem Strom Ladung verliert, d.h.  $dQ/dt$  negativ ist. Wenn der Strom in positiver Richtung betragsmäßig steigt, sträubt sich die Spule, die an ihr liegende Selbstinduktionsspannung muss also dann negativ gezählt werden. Das ist bei dem geg. Vorzeichen von  $dQ/dt$  mit der geg. Setzung in der DGL ebenfalls erreicht.

Für einen mechanischen harmonischen Oszillator können wir eine äquivalente DGL aufstellen. Dazu sehen wir uns folgendes Bild an, in dem sich der Oszillator gerade in pos.  $x$ -Richtung bewegt mit  $x > 0$ :



die beschleunigende Kraft  $F_{ges} = m \cdot (dv/dt) = m \cdot (d^2x/dt^2)$  setzt sich zusammen aus:

- der mit dem Geschwindigkeitsvektor antiparallelen Reibungskraft  $-k \cdot v = -k \cdot (dx/dt)$  ( $k$ : Reibungskonstante)
- der mit dem  $x$ -Vektor antiparallelen Federkraft  $-D \cdot x$  ( $D$ : Federkonstante)

Damit ergibt sich die DGL:

$$m\ddot{x} = -k\dot{x} - Dx \Leftrightarrow m\ddot{x} + k\dot{x} + Dx = 0$$

Da äquivalente DGLs äquivalente Lösungen besitzen, verhalten sich die beiden Systeme äquivalent. In den Gleichungen entsprechen sich jeweils:

**Masse und Selbstinduktivität**  
**Reibungskonstante und Widerstand**  
**Federkonstante und reziproke Kapazität**

Auch im Falle einer Anregung von außen ( $\Rightarrow$  inhomogene DGLs) lassen sich analoge Schwingungsvorgänge in beiden Systemen erzeugen.

### 3.4 Verhalten eines seriellen Schwingkreises bei niedrigen Frequenzen

Der kapazitive Blindwiderstand  $X_c = \frac{1}{\omega C}$  ist frequenzabhängig, für niedrige Frequenzen nimmt er große, für hohe Frequenzen kleine Werte an. In einem Serienschwingkreis ist daher der (komplexe) Gesamtwiderstand bei niedrigen Frequenzen sehr hoch (die ohmschen und induktiven Widerstände ändern daran aufgrund der Reihenschaltung nichts). Daraus ergibt sich, dass in diesem Fall im Schwingkreis auch nur ein sehr geringer Strom fließen kann, d.h. bei der Anregung mit niedrigen Frequenzen schwingt der Kreis nur in sehr geringem Maß mit, er sperrt in diesem Frequenzbereich praktisch vollständig.